Утверждаю
Главный инженер
Главного управления
(И.Ежиков)
"30" XI 1971 г.

УДК

Группа Г 18

РУКОВОДЯЩИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

# МЕТОДИКА ГИДРАВЛИЧЕСКОГО РАСЧЕТА ОСНОВНЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ СООТНОШЕНИЙ РЕГУЛИРУЮЩЕЙ И ДРОССЕЛЬНОЙ АРМАТУРЫ

РТМ 26-07-116-71

Приказом Главного управления * Снято ограничение срока действия
от 30 сентября 1971г. № 121 срок введения установлен
с "15" ноября 1971г.

~~(2) срок действия продлен до 01.01.85.~~
* ~~(3) срок действия продлен до 01.01.89.~~
~~(4) срок действия продлен до 01.01.94.~~ ~~(1) срок действия до 15 ноября 1980 года.~~

Настоящий руководящий технический материал (РТМ) является рекомендуемым при гидравлическом расчете основных конструктивных соотношений регулирующей и дроссельной арматуры, предназначенной для работы на газовой или жидкой среде, не изменяющей своего агрегатного состояния при проходе через арматуру.

Под основными конструктивными соотношениями клапана понимается соотношение площадей на входе, в седле и на выходе из клапана.

В практике расчета и конструирования регулирующих и дроссельных клапанов часто возникает необходимость обеспечения на выходе клапана определенного давления $P_2$ при заданном давлении на входе $P_1$ в определенных расходных условиях. Совершенно очевидно, что установление определенного давления $P_2$ на выходе клапана зависит от конструкции его проточной части и основных конструктивных соотношений клапана.

Издание официальное Перепечатка воспрещена

* Письмо N21/2-2-373 от 13.06.96 из Управления по развитию химического и нефтяного машиностроения.

# 1. ЗАДАЧА РАСЧЕТА

1.1. Задача расчета – определение следующих соотношений

$$\frac{F_2}{F_1} \quad и \quad \frac{F_2}{f},$$

где $F_1$ – площадь входного сечения клапана, ~~см²~~ м²;

$F_2$ – площадь выходного сечения клапана, ~~см²~~ м²; 4

$f$ – проходная площадь в седле клапана, ~~см²~~ м².

1.2. По известному соотношению площадей и одной известн площади определяется другая неизвестная площадь. При этом для кр лого сечения диаметр $D$ связан с площадью сечения $F$ формулой

$$D = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} \approx 1,13\sqrt{F}. \qquad (1)$$

# 2. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА

2.1. Исходными данными для расчета являются:

вид среды;

агрегатное состояние среды (жидкость или газ);

$P_1$ – давление на входе в клапан, ~~ата~~ Н/м²;

$P_2$ – давление на выходе из клапана, ~~ата~~ Н/м²; 4

$F_1$ – площадь на входе в клапан, ~~см²~~ м²;

4 $\gamma_1$ – удельный вес среды на входе в клапан при рабочих условиях, ~~г/см³~~ Н/м³;

$\zeta$ – коэффициент гидравлического сопротивления клапана, отнесенный к скорости на входе, при одинаковых площадях входа и выхода ($F_1 = F_2$) или при одинаковых входных и выходных патрубках;

$G$ – ~~весовой~~ массовый расход среды, ~~т/час~~ кг/с.

4) Заменить значение $\gamma$ на $\rho$: $\rho$ – плотность среды на входе в клапан при рабочих условиях кг/м³.

2.2. Для случая, когда давление $P_2$ неизвестно, а клапан на выходе соединен с трубой постоянного сечения, причем известно давление $P_3$ на конце этой трубы, давление среды на выходе из клапа–

на $P_2$ определяется расчетным путем.

а) Для жидких сред давление $P_2$ определяется по формуле:

$$4\quad P_2 = P_3 + \cancel{3850}\,\frac{G^2}{F^2}\,\frac{\frac{\mu l}{r_г}}{\cancel{\gamma_1}\,2\rho_1}\,, \qquad (2)$$

где 4 $F$ – площадь поперечного сечения трубы, ~~см²~~, м²

$\mu$ – безразмерный коэффициент трения;

4 $l$ – длина трубы, ~~см~~ м;

$r_г$ – гидравлический радиус трубы, ~~см~~ м.

Гидравлический радиус трубы определяется по формуле:

$$r_г = \frac{F}{L_p}\,, \qquad (3)$$

где $L_p$ – периметр сечения трубы. Для круглых труб

$$r_г = \frac{D}{4}\,. \qquad (4)$$

Коэффициент $\mu$ связан с коэффициентом гидравлического сопротивления трубы $\lambda$ соотношением:

$$\mu = \frac{\lambda}{4}\,. \qquad (5)$$

Для круглых труб

$$\frac{\mu}{r_г} = \frac{\lambda}{D}\,. \qquad (6)$$

б) Для газовых сред давление $P_2$ определяется из уравнения:

$$4\quad G = \cancel{5{,}04}\,F\sqrt{\frac{2k P_3\,\cancel{\gamma_3}\,\rho_3\left(\beta^{-\frac{k+1}{k}}-1\right)}{(k+1)\left(\frac{\mu l}{r_г}-\frac{2}{k}\ln\beta\right)}}\,, \qquad (7)$$

где 4 $\gamma_3$ – удельный вес среды на выходе из трубы при рабочих условиях, ~~г/см³~~, Н/м³

$K$ – показатель адиабаты газа;

$\beta$ – отношение давлений, $\beta = \frac{P_3}{P_2}$.

Формула (7) является уравнением относительно $\beta$, которое можно решить методом подбора. Зная $\beta$, определяем давление $P_2$:

$$P_2 = \frac{P_3}{\beta}\,. \qquad (8)$$

При больших длинах $\ell$ и незначительном падении давления вдоль трубы, принимая процесс изотермическим ( $K = 1$), можно, пользуясь формулой (7), получить приближенное значение давления $P_2$ :

$$④ - P_2 = \sqrt{P_3^2 + \frac{G^2}{F^2} \frac{RTE}{\cancel{127 F^2}} \frac{\frac{\mu \ell}{\varkappa_r}}{\gamma_2}} \neq \cancel{\sqrt{P_3^2 + \frac{G^2 P_3 \frac{\mu \ell}{\varkappa_r}}{12{,}7 F^2 \gamma_3}}} , \quad (9)$$

где ④ - $R$ – газовая постоянная среды, Дж/кг град ~~кГм/кг град~~;

$T$ – температура изотермического процесса, $^\circ$К;

$\mathcal{E}$ – коэффициент сжимаемости среды.

2.3. Если удельный вес газовой среды на входе в клапан $\gamma_1$ неизвестен, но даны давление на входе $P_1$ и температура $T_1$ , то величина $\gamma_1$ определяется по формуле:

$$④ \rho = \frac{P}{RTE}, \quad \cancel{\gamma_1 = \frac{10 P_1}{R T_1 \mathcal{E}_1}} \quad ④ \; \gamma = \rho \cdot g = \frac{P_g}{RTE}, \quad (10)$$

где ④ $R$ – газовая постоянная среды, Дж/кг град ~~кГм/кг град~~;

$T_1$ – температура среды на входе, $^\circ$К;

$\mathcal{E}_1$ – коэффициент сжимаемости среды при давлении $P_1$ и температуре $T_1$ .

Данные по коэффициентам сжимаемости газов приведены в РМ-17-67 "Руководящий технический материал. Физические свойства веществ, необходимые при гидравлических расчетах арматуры". Издание ЦКБА.

④ - 2.4. Если массовый ~~весовой~~ расход $G$ неизвестен, но задан объемный расход $Q$ в м³/с ~~м³/час~~ с удельным весом при рабочих условиях $\gamma$ в Н/м³ ~~г/см³~~, то величина $G$ в кг/с ~~т/час~~ определяется по формуле:

$$④ - G = \cancel{Q\gamma}\, Q \cdot \rho , \quad (11)$$

④ - 2.5. Если массовый ~~весовой~~ расход $G$ неизвестен, но задана скорость на входе $V_1$ в м/сек и удельный вес среды на входе при рабочих условиях $\gamma_1$ в Н/м³ ~~г/см³~~, то величина $G$ в кг/с ~~т/час~~ определяется

29501-71 73/E

по формуле:

$$G = \cancel{0{,}36\, F_1 V_1 \gamma_1}\; F_1 \cdot V_1 \cdot \rho_1, \qquad (12)$$

## 3. ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

3.1. Основные расчетные формулы получены на основе формул гидравлики и технической термодинамики. Использованы уравнение Бернулли, уравнение неразрывности, а для газа – уравнение состояния реального газа и уравнение адиабатического процесса. Вывод основных расчетных формул приведен в приложении .

3.2. Для газа режим критического истечения устанавливается при определенном критическом давлении $P_{c\,кр}$ в наиболее узком сечении потока (в седле):

$$P_{c\,кр} = P_1 \beta_{кр}\,, \qquad (13)$$

где $\beta_{кр}$ – критический параметр (отношение давлений), определяемый из уравнения:

$$\frac{c(\beta_{кр})\sqrt{2}}{\sqrt{\left(\frac{F_1}{f}\right)^2 - \beta_{кр}^{\frac{2}{k}}(1-\varsigma)}}\sqrt{1-\varsigma+\frac{\left(\frac{F_1}{f}\right)^2-\beta_{кр}^{\frac{2}{k}}(1-\varsigma)}{\beta_{кр}^{\frac{2}{k}}}} = \sqrt{k\beta_{кр}^{\frac{k-1}{k}}}\,. \qquad (14)$$

Зависимость $C(\beta_{кр})$ определяется формулой для коэффициента $C$ :

$$C = \sqrt{\frac{k}{k-1}\left(\beta^{\frac{2}{k}} - \beta^{\frac{k+1}{k}}\right)}\,. \qquad (15)$$

Коэффициент $C$ табулирован в зависимости от $K$ и $\beta$ и

9501-71 13/Iприводится в табл.4 РМ-11-66 "Руководящий технический материал. Приложение к гидравлическим расчетам арматуры". Издание ЦКБА.

Уравнение (14) решается методом подбора. Как следует из этого уравнения, величина $\beta_{кр}$ зависит от конструктивных параметров клапана — соотношения $\frac{F_1}{f}$ и коэффициента $\xi$.

Приближенное значение $\widetilde{\beta}_{кр}$ получается путем упрощения уравнения (17) за счет принятия $\xi = 1$, что равносильно пренебрежению скоростью $V_1$ на входе по сравнению со скоростью $V_c$ в седле в соответствующем уравнении Бернулли. Принимая $\xi = 1$, имеем:

$$\widetilde{\beta}_{кр} \approx \left(\frac{2}{K+1}\right)^{\frac{K}{K-1}} . \qquad (16)$$

Приближенному значению $\widetilde{\beta}_{кр}$ соответствует значение $C_{кр}$, равное:

$$C_{кр} = \sqrt{\frac{K}{K+1}} \left(\frac{2}{K+1}\right)^{\frac{1}{K-1}} . \qquad (17)$$

Значения $\widetilde{\beta}_{кр}$ и $C_{кр}$ по формулам (16) и (17) табулированы и приведены в табл.2 и 4 РМ-11-66.

3.3. Критическому параметру $\beta_{кр}$ соответствует критический расход $G_{кр}$, являющийся максимальным для данного клапана при заданных параметрах газовой среды на входе в клапан. При критическом истечении расход через клапан устанавливается постоянным и равным $G = G_{кр}$, причем расход не зависит от уменьшения давления $P_2$ на выходе клапана.

Точное значение $G_{кр}$ определяется по формуле:

$$4 \quad G_{кр} = \cancel{3{,}56}\, f \sqrt{K \cdot P_1 \cdot \overset{\rho_1}{\cancel{\gamma_1}} \cdot \beta_{кр}^{\frac{K+1}{K}}} , \qquad (18)$$

где параметр $\beta_{кр}$ определяется из уравнения (14).

С учетом приближенного значения $\widetilde{\beta}_{кр}$ по формуле (16) приближенное значение $G_{кр}$ равно:

29501-71 13/X

$$4\; G_{кр} \approx \cancel{5{,}01}\, f\, c_{кр} \sqrt{\cancel{A_1 \gamma_1}\, 2 \cdot P_1 \cdot \rho_1}\,, \qquad (19)$$

3.4. Если для газа заданное значение расхода $G$ меньше, чем величина $G_{кр}$, т.е. при

$$G < G_{кр}\,, \qquad (20)$$

то имеем докритическое истечение. При этом определяется условный коэффициент гидравлического сопротивления клапана $\zeta_{усл}$, обеспечивающий необходимый расход $G$ при заданном перепаде $\Delta P$.

$$4\; \zeta_{усл} = \frac{2\cancel{3{,}4}\, F_1^2 \cdot B^2 \cdot \Delta P\, \cancel{\gamma_1} \cdot P_1}{G^2}\,, \qquad (21)$$

где $\Delta P = P_1 - P_2$ – перепад давления на клапане;

$B$ – коэффициент, зависящий от показателя адиабаты $K$ и параметра $\beta = \frac{P_2}{P_1}$, определяется по формуле:

$$\text{при } \beta > \bar{\beta} \qquad B = \sqrt{\frac{K}{K-1}\,\frac{\beta^{\frac{2}{K}} - \beta^{\frac{K+1}{K}}}{1-\beta}}\,, \qquad (22)$$

$$\text{при } \beta \le \bar{\beta} \qquad B = \sqrt{\frac{K}{K-1}\,\frac{\bar{\beta}^{\frac{2}{K}} - \bar{\beta}^{\frac{K+1}{K}}}{1-\beta}}\,. \qquad (23)$$

Параметр $\bar{\beta}$ означает начало критического истечения и равен:

$$\bar{\beta} = \frac{\bar{P}_2}{P_1}\,, \qquad (24)$$

где $\bar{P}_2$ – давление на выходе клапана, при котором наступает режим критического истечения.

Определение давления $\bar{P}_2$ для клапана с заданными конструктивными соотношениями площадей приведено ниже.

Условие $\beta > \bar{\beta}$ равносильно условию $G < G_{кр}$, поэтому можно считать, что коэффициент $B$, входящий в формулу (21), должен определяться по формуле (22) и при докритическом истечении параметр $\bar{\beta}$ не понадобится.

Коэффициент $B$ табулирован и приводится в табл.3 РМ-11-66. Следует иметь в виду, что в этой таблице коэффициент $B$ подсчитан по формулам, аналогичным формулам (22) и (23), но вместо неизвестной (и для каждого клапана различной) величины $\bar{\beta}$ принято значение $\tilde{\beta}_{кр}$ по формуле (16). Поэтому, если заданное значение $\beta$ меньше значения $\tilde{\beta}_{кр}$ ($\beta < \tilde{\beta}_{кр}$), данные табл.3 РМ-11-66 использовать нельзя, а нужно считать по формуле (22).

3.5. При докритическом истечении ($G < G_{кр}$) соотношение площадей выхода и входа определяется по формуле:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{\sqrt{\zeta_{усл} + \beta^{\frac{2}{k}}(1-\zeta)}} . \qquad (25)$$

Если в уравнении Бернулли пренебречь скоростью $V_1$ на входе по сравнению со скоростью $V_2$ на выходе, что равносильно предположению $\zeta = 1$, то получим приближенное соотношение площадей выхода и входа:

$$\frac{F_2}{F_1} \approx \frac{1}{\sqrt{\zeta_{усл}}} . \qquad (25а)$$

Если в уравнении Бернулли пренебречь невозвратными потерями в клапане, т.е. положить $\zeta = 0$, то имеем:

$$\frac{F_2}{F_1} \approx \frac{1}{\sqrt{\zeta_{усл} + \beta^{\frac{2}{k}}}} . \qquad (25б)$$

3.6. Если для газа заданное значение расхода $G$ больше или равно $G_{кр}$, т.е. при

$$G \geq G_{кр} , \qquad (26)$$

имеем критическое истечение, при котором

$$G = G_{кр} . \qquad (27)$$

Следовательно, если $G > G_{кр}$, заданный расход является завышенным и его невозможно обеспечить данным клапаном при заданных условиях на входе.

При критическом истечении ($G = G_{кр}$) соотношение площадей выхода и входа определяется по формуле:

$$\left(\frac{F_2}{F_1}\right)_{кр} = \frac{1}{\sqrt{\beta^{\frac{2}{k}}(1-\zeta) + \left(\frac{F_1}{f}\right)^2 \frac{2c^2}{k\beta_{кр}^{\frac{k+1}{k}}}}}, \qquad (28)$$

где $\beta_{кр}$ определяется из уравнения (14).

Применяя приближенное значение $\tilde{\beta}_{кр}$ по формуле (16), имеем:

$$\left(\frac{F_2}{F_1}\right)_{кр} \approx \frac{1}{\sqrt{\beta^{\frac{2}{k}}(1-\zeta) + \left(\frac{F_1}{f}\right)^2 \frac{c^2}{c_{кр}^2}}} \qquad (29)$$

В формулах (28) и (29) коэффициент $C$ соответствует заданному значению $\beta$ и определяется по формуле (15), причем при $\beta < \tilde{\beta}_{кр}$ данные табл. 4 РМ-11-66 использовать нельзя.

Пренебрегая скоростью $V_1$ в уравнении Бернулли по сравнению со скоростью $V_2$, полагаем $\zeta = 1$, что ведет к определению $\beta_{кр}$ по формуле (16). Тогда из обеих формул (28) и (29) имеем:

$$\left(\frac{F_2}{f}\right)_{кр} \approx \frac{c_{кр}}{c}. \qquad (30)$$

Пренебрегая невозвратными потерями в уравнении Бернулли, полагаем $\zeta = 0$, и тогда из формул (28) и (29) имеем:

$$\left(\frac{F_2}{F_1}\right)_{кр} \approx \frac{1}{\sqrt{\beta^{\frac{2}{k}} + \left(\frac{F_1}{f}\right)^2 \frac{2c^2}{k\beta_{кр}^{\frac{k+1}{k}}}}} \qquad (28а)$$

$$\left(\frac{F_2}{F_1}\right)_{кр} \approx \frac{1}{\sqrt{\beta^{\frac{2}{k}} + \left(\frac{F_1}{f}\right)^2 \frac{C^2}{C_{кр}^2}}} \qquad (29a)$$

3.7. Параметр $\bar{\beta}$, определяющий начало критического истечения, находится из уравнения:

$$\frac{C(\bar{\beta})}{\sqrt{\left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2 - \bar{\beta}^{\frac{2}{k}}(1-\zeta)}} = \frac{G_{кр}}{\cancel{5{,}07}\, F_1 \sqrt{P_1 \cancel{\gamma_1}\, \rho_1}\, 4}, \qquad (31)$$

где точное значение $G_{кр}$ определяется по формуле (18).

Пользуясь приближенным значением $G_{кр}$ по формуле (22), получаем приближенное уравнение для $\bar{\beta}$:

$$\frac{C(\bar{\beta})}{\sqrt{\left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2 - \bar{\beta}^{\frac{2}{k}}(1-\zeta)}} = \frac{f}{F_1} C_{кр} \qquad (32)$$

Зависимость $C(\bar{\beta})$ определяется формулой (15).

Уравнения (31) и (32) решаются методом подбора. Как указано в приложении, можно считать, что критическое истечение наступает при давлении на выходе, большем чем давление в седле, т.е. при $\bar{\beta} > \beta_{кр}$.

Определив $\bar{\beta}$, из формулы (24) находим значение $\bar{P}_2$.

3.8. Для жидких сред соотношение площадей выхода и входа определяется по формуле:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{\sqrt{\zeta_{усл} + 1 - \zeta}}, \qquad (33)$$

где $\zeta_{усл}$ – условный коэффициент гидравлического сопротивления клапана, обеспечивающий необходимый расход $G$ при заданном перепаде $\Delta P = P_1 - P_2$

$$④ \quad \zeta_{усл} = \frac{2\cancel{25,4}\, F_1^2 \cdot \Delta P \cancel{\gamma_1} \cdot \rho_1}{G^2}. \tag{34}$$

Пренебрегая в уравнении Бернулли скоростью $V_1$ на входе по сравнению со скоростью $V_2$ на выходе, полагаем $\zeta = 1$ и тогда получаем приближенное соотношение площадей выхода и входа:

$$\frac{F_2}{F_1} \approx \frac{1}{\sqrt{\zeta_{усл}}} \tag{33а}$$

Пренебрегая в уравнении Бернулли невозвратными потерями, полагаем $\zeta = 0$ и получаем:

$$\frac{F_2}{F_1} \approx \frac{1}{\sqrt{\zeta_{усл} + 1}} \ . \tag{33б}$$

## 4. ПРИБЛИЖЕННЫЕ ОЦЕНКИ СООТНОШЕНИЯ ПЛОЩАДЕЙ ВХОДА, СЕДЛА И ВЫХОДА ДЛЯ ГАЗОВ

4.1. Если при докритическом истечении предположить равенство скоростей на выходе и входе, т.е.

$$V_1 \approx V_2 \quad , \tag{35}$$

то соотношение площадей выхода и входа определяется из формулы:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{T_2\,\varepsilon_2}{T_1\,\varepsilon_1} \quad , \tag{36}$$

где $T_1$, $T_2$ – температуры среды на входе и выходе, °К;

$\varepsilon_1$, $\varepsilon_2$ – коэффициенты сжимаемости среды соответственно.

4.2. Предполагая, что при критическом истечении скорость на входе $V_1$ и скорость на выходе $V_2$ не достигают своих критических значений, получаем следующие оценки соотношения площадей:

$$\frac{F_2}{f} > \frac{P_{c\,кр}}{P_2}\sqrt{\frac{T_2\,\mathcal{E}_2}{(T_c\,\mathcal{E}_c)_{кр}}} = \left(\frac{\beta_{кр}}{\beta}\right)^{\frac{K+1}{2K}}, \qquad (37)$$

$$\frac{f}{F_1} < \frac{P_1}{P_{c\,кр}}\sqrt{\frac{(T_c\,\mathcal{E}_c)_{кр}}{T_1\,\mathcal{E}_1}} = \beta_{кр}^{-\frac{K+1}{2K}}, \qquad (38)$$

где $P_{c\,кр.}$ – давление в седле при критическом истечении, определяемое по формуле (13);

$T_1, T_2, T_c$ – температуры среды на входе, выходе и в седле, °К;

$\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \mathcal{E}_c$ – коэффициенты сжимаемости среды соответственно;

$\beta_{кр}$ – критический параметр, определяемый из уравнения (14).

Если использовать приближенное значение $\widetilde{\beta}_{кр}$ по формуле (16), то получим:

$$\frac{F_2}{f} > \frac{\widetilde{\beta}_{кр}\sqrt{\frac{K+1}{2}}}{\beta^{\frac{K+1}{2K}}}, \qquad (39)$$

$$\frac{f}{F_1} < \frac{1}{\widetilde{\beta}_{кр}\sqrt{\frac{K+1}{2}}}. \qquad (40)$$

4.3. В работе [4] приводятся формулы для определения диаметра отверстия на выходе клапана в случае газовой среды:

$$D = 0{,}104\sqrt{\frac{W}{P_2\,G_F^{\frac{1}{2}}}}, \qquad (41)$$

где $D$ – диаметр отверстия за клапаном, дюйм;

$W$ – масса потока, фунты/час;

$P_2$ – статическое давление за клапаном, $psia$;

$G_F$ – удельный вес при текущей температуре.

Если задан обьемный поток, то диаметр $D$ определяется по формуле:

$$D = 0{,}029\sqrt{\frac{Q\,G^{\frac{1}{2}}}{P_2}}\ , \qquad (42)$$

где $Q$ – обьемный поток, $schh$ (стандартные кубические футы в минуту);

$G$ – относительный удельный вес по воздуху; для воздуха $G=1$.

Для пара имеем:

$$D = 0{,}157\sqrt{\frac{W}{P_2}}\ . \qquad (43)$$

4.4. В работе [5] диаметр отверстия за клапаном определяется из условия:

$$Q_2 = F_2\, V_{2\,кр}\ , \qquad (44)$$

где $Q_2$ – обьемный расход газовой среды при плотности в условиях половины статического давления на выходе и температуры среды на выходе;

$V_{2\,кр}$ – звуковая скорость данного газа при температуре на выходе.

Подставляя вместо $Q_2$ массовый ~~весовой~~ расход $G$, связанный с обьемным расходом $Q_2$ соотношением

$$Q_2 = \frac{G}{\gamma_2}\ , \qquad (45)$$

вместо $\gamma_2$ – его значение по формуле

$$\gamma_2 = \frac{P_2\, g}{2R\,T_2\,\mathcal{E}_2}\ , \qquad (46)$$

и вместо $V_{2\,кр}$ – критическую скорость газа при температуре $T_2$

$$V_2 = \sqrt{K\,R\,T_2\,\mathcal{E}_2}\ , \qquad (47)$$

получаем следующее выражение для площади $F_2$:

$$F_2 = \frac{2G\sqrt{R\,T_2\,\mathcal{E}_2}}{\sqrt{K}\,P_2\, g} \qquad (48)$$

В формулах (44) – (48) размерности входящих величин выражены в международной системе единиц. Переходя к принятым в настоящем материале размерностям, получаем:

$$F_2 = 0{,}177 \frac{G\sqrt{R T_2 \mathcal{E}_2}}{\sqrt{K}\, P_2}, \qquad (49)$$

где $F_2$ – площадь выходного отверстия, ~~см²~~ м²;

④ $G$ – ~~весовой~~ массовый расход, ~~т/час~~ кг/с; ④

$R$ – газовая постоянная, ~~кГм/кг.град~~ Дж/кг град;

$T_2$ – температура среды на выходе клапана, °К;

$P_2$ – давление среды на выходе клапана, ~~ата~~ Н/м³ ④

$\mathcal{E}_2$ – коэффициент сжимаемости среды при параметрах $P_2$ и $T_2$;

$K$ – показатель адиабаты газа.

| | | |
|---|---|---|
| Директор ЦКБА и ОЗА "Знамя труда" | | (С.Косых) |
| Главный инженер | 29.09.71 | (М.Сарайлов) |
| Зам.главного инженера – главный конструктор | | (О.Шпаков) |
| Заведующий отделом №72 | | (П.Перов) |
| Заведующий отделом №75 | | (В.Никитин) |
| Руководитель темы | | (П.Гуткин) |
| Ответственный исполнитель | | (П.Гуткин) |

29.09.71

29/XI 71.

ПРИЛОЖЕНИЕ

## ВЫВОД ОСНОВНЫХ РАСЧЕТНЫХ ФОРМУЛ

1. Введем следующие обозначения:

(4) $G$ – ~~весовой~~ массовый расход среды, ~~н/сек~~ кг/с;

$Q$ – объемный расход среды, ~~м/сек~~ м³/с;

$\rho$ – плотность среды, кг/м$^3$;

$\gamma$ – удельный вес среды, н/м$^3$;

$P$ – давление среды (абсолютное), н/м$^2$;

$T$ – температура среды (абсолютная), °К;

$K$ – показатель адиабаты среды;

$R$ – газовая постоянная среды, дж/кг.град;

$\mathcal{E}$ – коэффициент сжимаемости среды ;

$F$ – площадь патрубка клапана, м$^2$;

$f$ – площадь прохода в седле клапана, м$^2$;

$V$ – скорость среды, м/сек;

$g$ – ускорение силы тяжести, м/сек$^2$.

Параметрам на входе (начальное сечение потока) присвоим индекс "1", на выходе (конечное сечение потока) – индекс "2", в седле–индекс "с".

2. Уравнение неразрывности (сплошности) потока среды может быть записано в следующем виде:

$$G = const \,, \tag{1}$$

или

$$G = G_1 = G_c = G_2 \,. \tag{2}$$

(4) Выражая ~~весовой~~ массовый расход среды через площадь $F$ , скорость $V$ и удельный вес $\gamma$, получаем:

$$(4)\; G = F \cdot V \cdot \overset{\rho}{\cancel{\gamma}} = const, \tag{3}$$

или

$$(4)\; F V \overset{\rho}{\cancel{\gamma}} = F_1 V_1 \overset{\rho_1}{\cancel{\gamma_1}} = f V_c \overset{\rho_c}{\cancel{\gamma_c}} = F_2 V_2 \overset{\rho_2}{\cancel{\gamma_2}} . \tag{4}$$

3. Уравнение состояния реального газа записывается в виде:

$$\rho = \frac{P}{RT\varepsilon} \qquad (5)$$

или

$$\gamma = \rho g = \frac{Pg}{RT\varepsilon} \quad . \qquad (6)$$

4. Подставляя формулу (6) в формулу (4), имеем:

$$\frac{F_1 V_1 P_1 g}{RT_1 \varepsilon_1} = \frac{f V_c P_c g}{RT_c \varepsilon_c} = \frac{F_2 V_2 P_2 g}{RT_2 \varepsilon_2} \quad ,$$

или

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{T_2 \varepsilon_2}{T_1 \varepsilon_1} \qquad (7)$$

$$\frac{F_2}{f} = \frac{V_c}{V_2} \cdot \frac{P_c}{P_2} \cdot \frac{T_2 \varepsilon_2}{T_c \varepsilon_c} \qquad (8)$$

$$\frac{f}{F_1} = \frac{V_1}{V_c} \cdot \frac{P_1}{P_c} \cdot \frac{T_c \varepsilon_c}{T_1 \varepsilon_1} \qquad (9)$$

5. Принимая процесс истечения адиабатическим, имеем:

$$\frac{P}{\rho^K} = const \qquad (10)$$

или с учетом формулы (6)

$$\frac{P}{\gamma^K} = const \quad . \qquad (11)$$

Следовательно,

$$\frac{P}{\rho^K} = \frac{P_1}{\rho_1^K} = \frac{P_c}{\rho_c^K} = \frac{P_2}{\rho_2^K} \qquad (12)$$

$$\frac{P}{\gamma^K} = \frac{P_1}{\gamma_1^K} = \frac{P_c}{\gamma_c^K} = \frac{P_2}{\gamma_2^K} \quad . \qquad (13)$$

6. Подставляя формулу (5) в формулу (12), имеем:

$$\frac{(RT_1\varepsilon_1)^K}{P_1^{K-1}} = \frac{(RT_c\varepsilon_c)^K}{P_c^{K-1}} = \frac{(RT_2\varepsilon_2)^K}{P_2^{K-1}} \quad ,$$

или

$$\frac{T_2 \varepsilon_2}{T_1 \varepsilon_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{K-1}{K}} = \beta^{\frac{K-1}{K}} \qquad (14)$$

$$\frac{T_2\,\varepsilon_2}{T_c\,\varepsilon_c}=\left(\frac{P_2}{P_c}\right)^{\frac{K-1}{K}}=\left(\frac{\beta}{\beta_c}\right)^{\frac{K-1}{K}} \tag{15}$$

$$\frac{T_c\,\varepsilon_c}{T_1\,\varepsilon_1}=\left(\frac{P_c}{P_1}\right)^{\frac{K-1}{K}}=\left(\beta_c\right)^{\frac{K-1}{K}}, \tag{16}$$

где

$$\beta=\frac{P_2}{P_1}\quad,\qquad \beta_c=\frac{P_c}{P_1}\ . \tag{17}$$

При критическом истечении имеем:

$$\beta_c=\beta_{кр}=\left(\frac{2}{K+1}\right)^{\frac{K}{K-1}}, \tag{18}$$

тогда из формулы (16) с учетом формулы (18) получаем:

$$\frac{(T_c\,\varepsilon_c)_{кр}}{T_1\,\varepsilon_1}=\frac{2}{K+1}\ . \tag{19}$$

7. Используя формулы (14),(15) и (16) и учитывая формулу (17), имеем из формул (7),(8) и (9):

$$\frac{F_2}{F_1}=\frac{V_1}{V_2}\cdot\beta^{-\frac{1}{K}} \tag{20}$$

$$\frac{F_2}{f}=\frac{V_c}{V_2}\cdot\left(\frac{\beta}{\beta_c}\right)^{-\frac{1}{K}} \tag{21}$$

$$\frac{f}{F_1}=\frac{V_1}{V_c}\cdot\beta_c^{-\frac{1}{K}}\ . \tag{22}$$

8. Уравнение Бернулли для случая установившегося движения газа по горизонтальному трубопроводу имеет вид:

$$d\left(\frac{V^2}{2g}\right)+\frac{dP}{\gamma}+dh=0\ , \tag{23}$$

где $dh$ – высота потерянного напора на элементарном участке.

Это уравнение справедливо для элементарного (бесконечно малого) участка трубопровода. При переходе от элементарного участка к участку конечной длины между сечениями $F_1$ и $F_2$ дифференциальные приращения, фигурирующие в уравнении Бернулли (23), должны замениться конечными приращениями. Бесконечно малое приращение скоростной высоты $d\left(\frac{V^2}{2g}\right)$ заменяется конечным приращением $\frac{V_2^2}{2g}-\frac{V_1^2}{2g}$, величина $\frac{dP}{\gamma}$ заменяется конечным изменением пьезометрической высоты $\int_{P_1}^{P_2}\frac{dP}{\gamma}$, а величина $dh$ заменяется невозвратными потерями на участке между сечениями $F_1$ и $F_2$ (сечение входа и выхода) $\zeta\frac{V_1^2}{2g}$. Здесь $\zeta$ – коэффициент гидравлического сопротивления, отнесенный к скорости на входе и характеризующий невозвратные потери между входом и выходом.

Уравнение Бернулли для конечного участка примет вид:

$$\frac{V_2^2}{2g}-\frac{V_1^2}{2g}+\int_{P_1}^{P_2}\frac{dP}{\gamma}+\zeta\frac{V_1^2}{2g}=0\,. \qquad (24)$$

Из уравнения (13) имеем:

$$\gamma=\gamma_1\left(\frac{P}{P_1}\right)^{\frac{1}{K}}\,. \qquad (25)$$

Подставляя формулу (25) в выражение (24), имеем с учетом формулы (13):

$$\frac{V_2^2}{2g}-\frac{V_1^2}{2g}+\frac{K}{K-1}\left(\frac{P_2}{\gamma_2}-\frac{P_1}{\gamma_1}\right)+\zeta\frac{V_1^2}{2g}=0$$

или

$$\frac{K}{K-1}\cdot\frac{P_1}{\gamma_1}+\frac{V_1^2}{2g}=\frac{K}{K-1}\cdot\frac{P_2}{\gamma_2}+\frac{V_2^2}{2g}+\zeta\frac{V_1^2}{2g}\,. \qquad (26)$$

Формула (26) представляет собой уравнение Бернулли для адиабатического истечения газа по горизонтальному трубопроводу с местным сопротивлением $\zeta$ (распределенными потерями на трение в трубопроводе пренебрегаем).

9. Последний член в уравнениях (23),(24) и (26) учитывает невозвратные потери на участке между сечениями входа и выхода. Поскольку предполагается неравенство входного и выходного сечения, то полный перепад $P_1-P_2$ отличается от невозвратных потерь на

потери от чистого расширения или сужения. Можно считать, что невозвратные потери характеризуются перепадом $\Delta P_H = P_1 - \tilde{P}$, где $\tilde{P} \neq P_2$.

Коэффициент гидравлического сопротивления $\zeta$, характеризующий невозвратные потери, может быть условно принят, как показано ниже при расчете жидких сред, равным обычному коэффициенту гидравлического сопротивления аналогичного же клапана, но при равенстве входного и выходного сечений, т.е. при $F_1 = F_2$.

Примечание. Предположим, что формула невозвратных потерь $\Delta P_H$ имеет такой же вид, что и формула (41) для полного перепада $\Delta P$. В этом случае последний член в уравнениях Бернулли должен иметь вид:

$$\Delta P_H = \frac{\zeta}{\tilde{B}^2} \cdot \frac{V_1^2}{2g},$$

где коэффициент $\tilde{B}$ определяется формулой (36) при $\tilde{\beta} = \frac{\tilde{P}}{P_1}$. Пользуясь формулой (41) и выражением для $\Delta P_H = P_1(1-\tilde{\beta})$, легко получить уравнение для определения неизвестной величины $\tilde{\beta}$:

$$\tilde{C} = \sqrt{\frac{\zeta}{\zeta_{усл}}} \cdot C$$

Здесь коэффициенты $C$ и $\zeta_{усл}$ определяются соответственно формулами (32) и (34). Если получится $\tilde{C} = \tilde{C}_{кр}$, то принимается $\tilde{\beta} = \beta_{кр}$. При критическом истечении $\tilde{B} = B_{кр}$.

Таким образом, при вышеуказанном предположении во всех последующих формулах член $\zeta$ заменяется на $\zeta/\tilde{B}^2$.

10. Предположим, что в горизонтальном трубопроводе постоянного сечения можно пренебречь потерями напора как местными, так и распределенными. Таким образом, полагаем:

$$F = const \tag{27}$$

$$dh = 0. \tag{28}$$

Учитывая формулы (3) и (28), уравнение Бернулли (23) можно представить в виде:

$$-\frac{V^2}{F\gamma g}(F d\gamma + \gamma dF) + \frac{dP}{\gamma} = 0 . \qquad (29)$$

Учитывая, что из формулы (25) следует

$$d\gamma = \frac{\gamma_1}{K P_1}\left(\frac{P}{P_1}\right)^{\frac{1}{K}-1} dP = a dP , \qquad (30)$$

и полагая в соответствии с формулой (27) $dF=0$, получаем из уравнения (29):

$$dP=0 \quad \text{или} \quad P=const .$$

Тогда из формулы (11) имеем $\gamma=const$, а из формул (3) и (27) $V=const$.

Таким образом, из дифференциального уравнения Бернулли (23) следует весьма важное положение: если в горизонтальном трубопроводе постоянного сечения можно пренебречь распределенными и местными потерями напора, то газ будет двигаться так же, как и несжимаемая жидкость; т.е. если $dh=0$, то $P=const$, $\gamma=const$ и $V=const$.

11. Из уравнения Бернулли (26) с учетом формул (13) и (17) имеем:

$$V_2^2 = V_1^2(1-\zeta) + 2g\frac{K}{K-1}\cdot\frac{P_1}{\gamma_1}\left(1-\frac{P_2}{P_1}\cdot\frac{\gamma_1}{\gamma_2}\right) = V_1^2(1-\zeta) + 2g\frac{K}{K-1}\cdot\frac{P_1}{\gamma_1}\left(1-\beta^{\frac{K-1}{K}}\right),$$

или

$$V_2^2 = V_1^2(1-\zeta) + 2g\frac{P_1}{\gamma_1\beta^{\frac{2}{K}}}C^2 , \qquad (31)$$

где

$$C = \sqrt{\frac{K}{K-1}\beta^{\frac{2}{K}}\left(1-\beta^{\frac{K-1}{K}}\right)} = \sqrt{\frac{K}{K-1}\left(\beta^{\frac{2}{K}}-\beta^{\frac{K+1}{K}}\right)} . \qquad (32)$$

Коэффициент $C$ табулирован в зависимости от величин $\beta$ и $K$ и приводится в табл.4 РМ-11-66 "Руководящий технический материал. Приложение к гидравлическим расчетам арматуры". Издание ЦКБА.

12. Точную расходную формулу для газов получаем, пользуясь уравнениями (31) и (20):

$$V_1^2\beta^{-\frac{2}{k}}\left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2 = V_1^2(1-\zeta)+2g\frac{P_1}{\gamma_1}\,\frac{c^2}{\beta^{\frac{2}{k}}}$$

или, выражая отсюда скорость $V_1$, –

$$V_1 = \frac{c\sqrt{2g\frac{P_1}{\gamma_1}}}{\sqrt{\left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2-\beta^{\frac{2}{k}}(1-\zeta)}} = \frac{c\sqrt{2g\frac{P_1}{\gamma_1}}}{\sqrt{\zeta_{усл}}}\ , \qquad (33)$$

где условный коэффициент гидравлического сопротивления

$$\zeta_{усл} = \left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2-\beta^{\frac{2}{k}}(1-\zeta)\ . \qquad (34)$$

Тогда расход $G$ равен:

$$G = F_1V_1\cancel{\gamma}^{\,\rho_1} = \frac{F_1c\sqrt{2\cancel{g}P_1\cancel{\gamma_1}\rho_1}}{\sqrt{\left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2-\beta^{\frac{2}{k}}(1-\zeta)}} = \frac{F_1c\sqrt{2\cancel{g}P_1\cancel{\gamma_1}\rho_1}}{\sqrt{\zeta_{усл}}} \qquad (35)$$

Введем вместо коэффициентов $C$ коэффициенты $B$, определяемые соотношением:

$$B = \frac{C}{\sqrt{1-\beta}} = \sqrt{\frac{K}{K-1}\cdot\frac{\beta^{\frac{2}{K}}-\beta^{\frac{K+1}{K}}}{1-\beta}}\ . \qquad (36)$$

Коэффициент $B$ табулирован в зависимости от величин $\beta$ и $K$ и приводится в табл.3 РМ-11-66.

Формулы (35) с учетом формулы (36) примет вид:

$$G = \frac{F_1B\sqrt{2\cancel{g}\Delta P\cancel{\gamma_1}\rho_1}}{\sqrt{\zeta_{усл}}}\ , \qquad (37)$$

где $\Delta P$ – перепад,

$$\Delta P = P_1 - P_2 . \qquad (38)$$

Формулы вида (35) и (37) широко применяются в ЦКБА, только вместо величины $\zeta_{усл}$, определяемой формулой (34), принимается просто величина $\zeta$.

Следовательно, для уточнения расчетов вместо обычного $\zeta$ нужно вводить уточненное значение $\zeta_{усл}$, определяемое формулой (34).

Если диаметры входного и выходного патрубка одинаковы $(F_1 = F_2)$, то из формулы (34) имеем:

$$\zeta_{усл} = 1 - \beta^{\frac{2}{K}} (1 - \zeta). \qquad (39)$$

Из формулы (39) следует:

$$если \; \zeta > 1 , \; то \; \zeta_{усл} < \zeta$$

$$если \; \zeta < 1 , \; то \; \zeta_{усл} > \zeta .$$

При больших значениях $\beta (\beta \approx 1)$ или при больших значениях $K$ ($K \to \infty$, что характерно для жидкой среды) из формулы (39) имеем:

$$\zeta_{усл} = \zeta . \qquad (40)$$

Таким образом, при одинаковых патрубках для жидких сред и при весьма малом перепаде давления для газовых сред значение $\zeta_{усл}$ совпадает с обычным значением $\zeta$.

Из формулы (37) с учетом формулы $G = F_1 V_1 \gamma_1$ получаем:

$$4 \quad \Delta P = \frac{\zeta_{усл.}}{\beta^2} \cdot \frac{V_1^2 \rho_K}{2g} = \frac{\zeta_{усл.}}{\beta^2} \cdot \frac{V_1^2 \gamma_1}{2g} , \qquad (41)$$

13. Из форму (31) и (33) следует:

$$V_2^2 = 2g \frac{P_1}{\gamma_1} \frac{c^2}{\zeta_{усл}} \left(1 - \zeta + \frac{\zeta_{усл}}{\beta^{\frac{2}{K}}}\right)$$

или

$$V_2 = \frac{c\sqrt{2g\frac{P_1}{\gamma_1}}}{\sqrt{\zeta_{усл}}}\sqrt{1-\zeta+\frac{\zeta_{усл}}{\beta^{\frac{2}{k}}}}\,. \tag{42}$$

Пользуясь формулами (33) и (42), имеем:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{\sqrt{1-\zeta+\frac{\zeta_{усл}}{\beta^{\frac{2}{k}}}}} = \frac{\beta^{\frac{1}{k}}}{\sqrt{\zeta_{усл}+\beta^{\frac{2}{k}}(1-\zeta)}}\,. \tag{43}$$

Подставляя формулу (43) в формулу (20), получаем:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{\sqrt{\zeta_{усл}+\beta^{\frac{2}{k}}(1-\zeta)}}\,. \tag{44}$$

Это же выражение непосредственно следует и из формулы (34).

Если положить $\zeta_{усл} = \zeta = 0$, то из формул (39) и (41) получим $\beta = 1$ и $\Delta P = 0$ и тогда из формулы (44) — $F_2 = F_1$.

14. Предположим, что в уравнении Бернулли (31) можно пренебречь скоростью $V_1$ по сравнению со скоростью $V_2$. Как следует из уравнения (31), для этого достаточно положить $\zeta = 1$.

В этом случае из формулы (44) получаем:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{\sqrt{\zeta_{усл}}}\,. \tag{44а}$$

15. Если в уравнении Бернулли (31) пренебречь невозвратными потерями, для чего можно положить $\zeta = 0$, то в этом случае из формулы (44) получаем:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{\sqrt{\zeta_{усл}+\beta^{\frac{2}{k}}}}\,. \tag{44б}$$

16. Рассмотрим режим критического истечения, при котором в наиболее узком сечении (в проходной площади седла) устанавливаются критические параметры:

$$\beta_{скр} = \beta_{кр} \tag{45}$$

$$P_{с\,кр} = P_1\,\beta_{кр} \qquad (46)$$

4 $$V_{с\,кр}=V_{кр}=\sqrt{\cancel{g}K\cdot\frac{P_{с\,кр}}{\cancel{\gamma_{с\,кр}}\;\rho_{скр}}} = \sqrt{g\cdot K\,\frac{P_{с\,кр}}{\gamma_{с\,кр}}}\,, \qquad (47)$$

Режим критического истечения устанавливается при определенном значении давления $P_2$ на выходе, причем при дальнейшем уменьшении этого давления параметры в седле не изменяются. Расход среды также становится постоянным $G = G_{кр}$ и не зависит от уменьшения давления на выходе $P_2$.

17. Точное значение величин $\beta_{кр}$ и $G_{кр}$ можно установить следующим образом. Рассмотрим выражение для скорости в седле $V_c$, получаемое из формулы (42) заменой величин $\beta$ на $\beta_c$, $F_2$ на $f$ и $C(\beta)$ на $C(\beta_c)$. С учетом формулы (34) имеем:

$$V_c=\frac{C(\beta_c)\sqrt{2g\frac{P_1}{\gamma_1}}}{\sqrt{\left(\frac{F_1}{f}\right)^2-\beta_c^{\frac{2}{k}}(1-\zeta)}}\sqrt{1-\zeta+\frac{\left(\frac{F_1}{f}\right)^2-\beta_c^{\frac{2}{k}}(1-\zeta)}{\beta_c^{\frac{2}{k}}}}\,. \qquad (48)$$

Из формулы (25) с учетом формул (17) и (45) имеем:

$$\gamma_{с\,кр} = \gamma_1\cdot\beta_{с\,кр}^{\frac{1}{k}} = \gamma_1\,\beta_{кр}^{\frac{1}{k}}\,, \quad (4)\ \rho_{скр} = \rho_1\cdot\beta_{скр}^{\frac{1}{k}} = \rho_1\cdot\beta_{кр}^{\frac{1}{k}}\,. \qquad (49)$$

Положим $\beta_c = \beta_{кр}$ и $V_c = V_{с\,кр}$. Тогда из формул (45)–(49) получаем уравнение для определения $\beta_{кр}$:

$$\frac{C(\beta_{кр})\sqrt{2}}{\sqrt{\left(\frac{F_1}{f}\right)^2-\beta_{кр}^{\frac{2}{k}}(1-\zeta)}}\sqrt{1-\zeta+\frac{\left(\frac{F_1}{f}\right)^2-\beta_{кр}^{\frac{2}{k}}(1-\zeta)}{\beta_{кр}^{\frac{2}{k}}}}=\sqrt{K\,\beta_{кр}^{\frac{k-1}{k}}}\,. \qquad (50)$$

Уравнение (50) решается методом подбора. Как следует из этого уравнения, величина $\beta_{кр}$ зависит от конструктивных параметров клапана — соотношения $\frac{F_1}{f}$ и коэффициента $\zeta$.

Учитывая сложность решения уравнения (50), упростим его, приняв $\zeta = 1$, что равносильно пренебрежению скоростью $V_1$ по сравнению со скоростью $V_c$ в соответствующем уравнении Бернулли. Поскольку, как правило, $V_c >> V_1$, такое допущение оправдано. В этом случае уравнение (50) приобретает вид:

$$\frac{C(\beta_{кр})\sqrt{2}}{\beta_{кр}^{\frac{1}{K}}} = \sqrt{K\,\beta_{кр}^{\frac{K-1}{K}}}. \tag{51}$$

Этому уравнению удовлетворяет значение $\beta_{кр}$ из формулы (18), причем коэффициент $C(\beta_{кр})$ равен:

$$C(\beta_{кр}) = C_{кр} = \left(\frac{2}{K+1}\right)^{\frac{1}{K-1}}\sqrt{\frac{K}{K+1}}. \tag{52}$$

Если дифференцировать по $\beta$ коэффициент $C$, находя его максимальное значение, то получим значение $\beta_{кр}$, соответствующее формуле (18).

Расход $G_{кр}$ определим с учетом формул (46),(47) и (50):

$$4 - G_{кр} = f V_{c\,кр}\cancel{\gamma_{c\,кр}}^{\rho_{c\,кр}} = f\sqrt{\cancel{g}K P_{c\,кр}\cancel{\gamma_{c\,кр}}^{\rho}} = f\sqrt{\cancel{g}K P_1 \cancel{\gamma_1}^{\rho_1}\beta_{кр}^{\frac{K+1}{K}}}. \tag{53}$$

Здесь $\beta_{кр}$ определяется по уравнению (50). Если принять приближенное значение $\beta_{кр}$ по формуле (18), то получим приближенное значение для $G_{кр}$:

$$4 - \cancel{G_{кр} \approx f\sqrt{gKP_1\gamma_1\left(\frac{2}{K+1}\right)^{\frac{K+1}{K-1}}} = f\left(\frac{2}{K+1}\right)^{\frac{1}{K-1}}\sqrt{\frac{K}{K+1}}\sqrt{2gP_1\gamma_1}},$$

4 или с учетом формулы (52):

$$G_{кр} \simeq f\sqrt{K P_1 \rho_1 \beta_{кр}^{\frac{K+1}{K}}} = f\left(\frac{2}{K+1}\right)^{\frac{1}{K-1}}\sqrt{\frac{K}{K+1}}\cdot\sqrt{2P_1\rho_1} \simeq f\cdot C_{кр}\sqrt{2P_1\rho_1},$$

$$4 - \cancel{G_{кр} \approx f C_{кр}\sqrt{2gP_1\gamma_1}}. \tag{54}$$

Подставляя формулу (18) для $\beta_{кр}$ в формулу (47), имеем с учетом формул (46) и (49):

$$V_{кр} = \sqrt{g K \frac{P_1}{\gamma_1} \beta_{кр}^{\frac{K-1}{K}}} \approx \sqrt{2g \frac{K}{K+1} \frac{P_1}{\gamma_1}} . \tag{55}$$

18. Определим, при каком давлении $\bar{P}_2$ на выходе (или при каком $\bar{\beta}$ ) наступают условия критического истечения.

Положив в уравнении (35) $G = G_{кр}$, имеем:

$$4 \quad \frac{C(\bar{\beta})}{\sqrt{\zeta_{усл}}} = \frac{G_{кр}}{F_1 \sqrt{2 g P_1 \gamma_1}} , \tag{56}$$

где точное значение $G_{кр}$ определяется по формуле (53) с учетом точного значения $\beta_{кр}$ из уравнения (50). Пользуясь приближенной формулой (54) для $G_{кр}$, из формулы (56) имеем:

$$\frac{C(\bar{\beta})}{\sqrt{\zeta_{усл}}} = \frac{f}{F_1} C_{кр} . \tag{57}$$

В формулах (56) и (57) величина $\zeta_{усл}$ определяется формулой (34), в которую входит коэффициент $\bar{\beta}$. Коэффициент $C(\bar{\beta})$ согласно формуле (32) также зависит от коэффициента $\bar{\beta}$. Поэтому формулы (56) и (57) являются уравнениями относительно $\bar{\beta}$, которые можно решить методом подбора.

При докритическом истечении на расширяющемся участке от седла $f$ до выхода $F_2$ число Маха меньше единицы, и поэтому скорость на выходе меньше скорости в седле, а давление на выходе больше давления в седле. Поэтому можно считать, что критическое истечение наступает при давлении на выходе большем, чем критическое давление в седле, т.е. при $\bar{\beta} > \beta_{кр}$.

19. Параметры среды ($P, T, V$) на участке от входа $F_1$ до седла $f$ постоянны и не зависят от давления $P_2$. Выражение для скорости $V_1$ при критическом истечении получаем из формул (53) или (54):

$$④\ V_{1кр} = \frac{G_{кр}}{F_1 \cancel{\gamma_1}\,\rho_1} = \frac{f_1}{F_1}\sqrt{\cancel{g}\, k \frac{P_1}{\cancel{\gamma_1}\,\rho_1}\beta_{кр}^{\frac{k+1}{k}}} \tag{58}$$

или

$$④\ V_{1кр} = \underbrace{\frac{G_{кр}}{F_1 \cancel{\gamma_1}\,\rho_1} \simeq \frac{f}{F_1}}_{\frac{G_{кр}}{F_1 \cdot \rho_1} \simeq} C_{кр}\sqrt{2\cancel{g}\frac{P_1}{\cancel{\gamma_1}\,\rho_1}}, \tag{59}$$

20. Параметры среды ($P, T, V$) на участке от седла $f$ до выхода $F_2$ изменяются вместе с давлением $P_2$. Поскольку расход при этом равен $G_{кр}$ и не зависит от $P_2$, то, как следует из формулы (35), каждому значению $F_2$ соответствует определенное значение $P_2$. И наоборот, при критическом истечении для обеспечения давления $P_2$ на выходе необходимо иметь определенное значение площади $F_2$.

Скорость $V_2$ при критическом истечении определяется уравнением (31), в которое подставляется значение $V_{1кр}$ по формуле (58) или (59). Из уравнения (31) имеем:

$$V_2^2 = V_{1кр}^2\left(1 - \zeta + \frac{2g\frac{P_1}{\gamma_1}}{\beta^{\frac{2}{k}}}\frac{C^2}{V_{1кр}^2}\right)$$

Подставляя точное значение $V_{1кр}$ по формуле (58), имеем:

$$\frac{V_{1кр}}{V_2} = \frac{\beta^{\frac{1}{k}}}{\sqrt{\beta^{\frac{2}{k}}(1-\zeta) + \left(\frac{F_1}{f}\right)^2 \frac{2C^2}{k\beta_{кр}^{\frac{k+1}{k}}}}} \tag{60}$$

Подставляя приближенное значение $V_{1кр}$ по формуле (59), имеем:

$$\frac{V_{1кр}}{V_2} \approx \frac{\beta^{\frac{1}{k}}}{\sqrt{\beta^{\frac{2}{k}}(1-\zeta) + \left(\frac{F_1}{f}\right)^2 \frac{C^2}{C_{кр}^2}}} . \qquad (61)$$

Подставляя формулы (60) и (61) в формулу (20), имеем при критическом истечении:

$$\left(\frac{F_2}{F_1}\right)_{кр} = \frac{1}{\sqrt{\beta^{\frac{2}{k}}(1-\zeta) + \left(\frac{F_1}{f}\right)^2 \frac{2C^2}{k\,\beta_{кр}^{\frac{k+1}{k}}}}} \qquad (62)$$

или

$$\left(\frac{F_2}{F_1}\right)_{кр} \approx \frac{1}{\sqrt{\beta^{\frac{2}{k}}(1-\zeta) + \left(\frac{F_1}{f}\right)^2 \frac{C^2}{C_{кр}^2}}} \qquad (63)$$

В формулах (60)-(63) коэффициент $C$ соответствует $\beta \neq \beta_{кр}$ и определяется по формуле (32), причем при $\beta < \beta_{кр}$ данные РМ-11-66 не используются.

21. При пренебрежении в уравнении Бернулли скоростью $V_1$ по сравнению со скоростью $V_2$, что равносильно допущению $\zeta = 1$ и ведет к определению $\beta_{кр}$ по формуле (18), из формул (62) и (63) имеем:

$$\left(\frac{F_2}{f}\right)_{кр} = \frac{C_{кр}}{C} \qquad (64)$$

22. Пренебрегая в уравнении Бернулли невозвратными потерями, полагаем $\zeta = 0$ и из формул (62) и (63) имеем:

$$\left(\frac{F_2}{F_1}\right)_{кр} = \frac{1}{\sqrt{\beta^{\frac{2}{k}} + \left(\frac{F_1}{f}\right)^2 \frac{2C^2}{k\,\beta_{кр}^{\frac{k+1}{k}}}}} \tag{62a}$$

или

$$\left(\frac{F_2}{F_1}\right)_{кр} \approx \frac{1}{\sqrt{\beta^{\frac{2}{k}} + \left(\frac{F_1}{f}\right)^2 \frac{C^2}{C_{кр}^2}}} . \tag{63a}$$

23. Рассмотрим приближенные оценки отношения площадей для газовых сред.

Если при докритическом истечении положить

$$V_1 \approx V_2 \quad , \tag{65}$$

то из формулы (20) получим:

$$\frac{F_2}{F_1} = \beta^{-\frac{1}{k}} \tag{66}$$

или с учетом формул (14) и (17) —

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{\beta}\beta^{\frac{k-1}{k}} = \frac{P_1}{P_2}\,\frac{T_2\,\varepsilon_2}{T_1\,\varepsilon_1} . \tag{67}$$

Предположим, что на входе в клапан, в седле, на выходе из клапана имеет место критическое истечение. Тогда, изменив индексы в формуле (47), с учетом формулы (6) имеем:

$$V_{1\,кр} = \sqrt{k R T_1 \varepsilon_1} \quad , \tag{68}$$

$$V_{c\,кр} = \sqrt{k R (T_c \varepsilon_c)_{кр}} \quad , \tag{69}$$

$$V_{2\,кр} = \sqrt{K R T_2 \varepsilon_2} . \tag{70}$$

Следует отметить, что в формулах (68)-(70) газовая постоянная $R$ имеет размерность в Международной системе единиц СИ — дж/кг·град. Ее численное значение в $g$ раз больше, чем значение газовой постоянной $R$, выраженное в кГм/кг·град.

Предполагая, что при критическом истечении $V_1 < V_{1\,кр}$ и $V_2 < V_{2\,кр}$, из формул (8) и (9) с учетом формул (69)(70),(46),(17),(15) и (68),(16),(19) имеем:

$$\frac{F_2}{f} = \frac{V_{c\,кр}}{V_2} \frac{P_{c\,кр}}{P_2} \frac{T_2 \varepsilon_2}{(T_c \varepsilon_c)_{кр}} > \frac{V_{c\,кр}}{V_{2\,кр}} \frac{P_{c\,кр}}{P_2} \frac{T_2 \varepsilon_2}{(T_c \varepsilon_c)_{кр}} =$$

$$= \frac{P_{c\,кр}}{P_2} \sqrt{\frac{T_2 \varepsilon_2}{(T_c \varepsilon_c)_{кр}}} = \frac{\beta_{кр}}{\beta} \sqrt{\left(\frac{\beta}{\beta_{кр}}\right)^{\frac{K-1}{K}}} = \left(\frac{\beta_{кр}}{\beta}\right)^{\frac{K+1}{2K}} \approx \frac{\beta_{кр} \sqrt{\frac{K+1}{2}}}{\beta^{\frac{K+1}{2K}}} \tag{71}$$

$$\frac{f}{F_1} = \frac{V_1}{V_{c\,кр}} \frac{P_1}{P_{c\,кр}} \frac{(T_c \varepsilon_c)_{кр}}{T_1 \varepsilon_1} < \frac{V_{1\,кр}}{V_{c\,кр}} \frac{P_1}{P_{c\,кр}} \frac{(T_c \varepsilon_c)_{кр}}{T_1 \varepsilon_1} =$$

$$= \frac{P_1}{P_{c\,кр}} \sqrt{\frac{(T_c \varepsilon_c)_{кр}}{T_1 \varepsilon_1}} = \beta_{кр}^{-1} \sqrt{\beta_{кр}^{\frac{K-1}{K}}} = \beta_{кр}^{-\frac{K+1}{2K}} \approx \frac{\sqrt{\frac{2}{K+1}}}{\beta_{кр}} . \tag{72}$$

24. Рассмотрим основные расчетные формулы для жидких сред. Для жидкости удельный вес можно принять неизменным, т.е.:

$$\gamma_1 = \gamma_c = \gamma_2 = \gamma . \tag{73}$$

Учитывая формулу (73), из формулы (4) получаем:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{V_1}{V_2} \tag{74}$$

$$\frac{F_2}{f} = \frac{V_c}{V_2} \tag{75}$$

$$\frac{f}{F_1} = \frac{V_1}{V_c} \, . \tag{76}$$

Следует отметить, что формулы для жидких сред следуют из формул для газа, если принять показатель адиабаты $K$ стремящимся к бесконечности, т.е. $K \to \infty$. Так, соотношения (74)–(76) следуют из формул (20)–(22) при $K \to \infty$.

Уравнение Бернулли для жидкости получаем из формулы (26), положив $K \to \infty$.

$$\frac{P_1}{\gamma_1} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma_2} + \frac{V_2^2}{2g} + \zeta \frac{V_1^2}{2g} \, . \tag{77}$$

Коэффициенты $C$ и $B$ для жидкости на основании формул (32) и (36) равны:

$$C = \sqrt{1-\beta} \tag{78}$$

$$B = 1 \tag{79}$$

Основную расходную формулу для жидкости получаем из формул (37) и (34):

$$4 \quad G = \frac{F_1 \sqrt{2\cancel{g} \cdot \Delta P \cancel{\gamma_1}\rho_1}}{\sqrt{\zeta_{усл}}} \, , \tag{80}$$

где

$$\zeta_{усл} = \left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2 - 1 + \zeta \, . \tag{81}$$

*Из формулы (81) следует, что при* $F_1 = F_2$

$$\zeta_{усл} = \zeta \quad , \tag{82}$$

т.е. $\zeta$ означает коэффициент гидравлического сопротивления $\zeta_{усл}$, отнесенный к скорости на входе и применяемый в обычной расходной формуле вида (80) для аналогичного клапана при равенстве входного и выходного отверстий (патрубков).

Предполагая, что невозвратные потери мало зависят при данной конструкции клапана от отношения $\frac{F_2}{F_1}$, приближенно будем считать, что коэффициент $\zeta$, характеризующий невозвратные потери, остается постоянным при изменении отношения $\frac{F_2}{F_1}$ за счет изменения $F_2$.

Формулу для определения перепада на клапане для жидкой среды получаем из формулы (41):

$$4 \quad \Delta P = \zeta_{усл}\frac{V_1^2\gamma_1}{2g} = \zeta_{усл}\cdot\frac{V_1^2\gamma_1}{2g}, \tag{83}$$

Соотношение выхода и входа получаем из формулы (44):

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{\sqrt{\zeta_{усл} + 1 - \zeta}} \quad . \tag{84}$$

Формулы (44) и (84) обеспечивают возможность определить необходимое соотношение площадей выхода и входа при заданном условном коэффициенте гидравлического сопротивления $\zeta_{усл}$ и известном коэффициенте гидравлического сопротивления $\zeta$ для аналогичного клапана при равенстве сечений входа и выхода.

Пренебрегая скоростью $V_1$ в уравнении Бернулли (77), положим $\zeta = 1$ и тогда из формулы (84) имеем:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{\sqrt{\zeta_{усл}}} \quad . \tag{84а}$$

Пренебрегая невозвратными потерями в уравнении Бернулли (77), положим $\zeta = 0$ и тогда из формулы (84) имеем:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{\sqrt{\xi_{усл} + 1}} . \qquad (84б)$$

25. Рассмотрим горизонтальный трубопровод постоянного сечения $F$ и длиной $\ell$. Невозвратные потери здесь определяются силами трения, распределенными по длине трубопровода, и характеризуются коэффициентом гидравлического сопротивления $\lambda$, причем:

$$\lambda = 4\mu , \qquad (85)$$

где $\mu$ – безразмерный коэффициент трения Фаннинга.

Потерянный напор от сил трения при турбулентном движении определяется по формуле Дарси-Вейсбаха. Для жидкой среды эта формула записывается в виде:

$$h = \lambda \frac{\ell}{4 r_r} \frac{V^2}{2g} = \frac{\mu \ell}{r_r} \frac{V^2}{2g} , \qquad (86)$$

а для газа —

$$dh = \lambda \frac{d\ell}{4 r_r} \frac{V^2}{2g} = \mu \frac{d\ell}{r_r} \frac{V^2}{2g} . \qquad (87)$$

В формулах (86) и (87) величина $r_r$ означает гидравлический радиус сечения трубопровода, определяемый по формуле:

$$r_r = \frac{F}{L_p} , \qquad (88)$$

где $F$ – площадь сечения, а $L_p$ – периметр сечения. Для круглой трубы диаметром $D$

$$r_г = \frac{\frac{\pi D^2}{4}}{\pi D} = \frac{D}{4} \qquad (89)$$

и формулы (86) и (87) могут быть записаны соответственно в виде:

$$h = \lambda \frac{l}{D} \frac{V^2}{2g} = \frac{4\mu l}{D} \frac{V^2}{2g} \qquad (86а)$$

$$dh = \lambda \frac{dl}{D} \frac{V^2}{2g} = \frac{4\mu dl}{D} \frac{V^2}{2g} \; . \qquad (87а)$$

26. Если в дифференциальное уравнение Бернулли для газа (23) подставить величину потерянного напора $dh$ по формуле (87) и учесть формулы (3),(17) и (25), то после интегрирования уравнения получим следующее выражение для расхода $G$ :

$$G = F \cdot \sqrt{\frac{2g K P_1 \gamma_1 \left(1 - \beta^{\frac{K+1}{K}}\right)}{(K+1)\left(\frac{\mu l}{r_г} - \frac{2}{K} \ln \beta\right)}} , \qquad (90)$$

Аналогичное выражение для расхода $G$ при адиабатическом процессе приводится в работе [1], а при изотермическом процессе (показатель адиабаты $K = 1$ ) — в работе [3].

Для круглой трубы из формул (85) и (89) следует:

$$\frac{\mu}{r_г} = \frac{\lambda}{D} \; . \qquad (91)$$

Воспользовавшись формулами (17) и (13), можно расход $G$ выразить через параметры $P_2$ и $\gamma_2$ :

$$G = F \cdot \sqrt{\frac{2g K P_2 \gamma_2 \left(\beta^{-\frac{K+1}{K}} - 1\right)}{(K+1)\left(\frac{\mu l}{r_г} - \frac{2}{K} \ln \beta\right)}} \; . \qquad (92)$$

Уравнения (90) и (92) позволяют найти одно из давлений $P_1$ или $P_2$ при известном другом давлении и заданном расходе $G$. Неизвестная величина $\beta$ может быть найдена методом подбора.

В целях упрощения формул (90) и (92), примем $K=1$, что соответствует изотермическому процессу. Тогда имеем с учетом формулы (6):

$$G=F\sqrt{\frac{\overset{\rho_1}{\cancel{g P_1 \chi}}(1-\beta^2)}{\frac{\mu l}{\tau_r}-2\ln\beta}}=F\sqrt{\frac{\overset{\rho_2}{\cancel{g P_2 \chi}}(\beta^{-2}-1)}{\frac{\mu l}{\tau_r}-2\ln\beta}}=F\cancel{g}\sqrt{\frac{P_1^2-P_2^2}{RT\varepsilon\left(\frac{\mu l}{\tau_r}-2\ln\beta\right)}}, \quad (93)$$

где $T$ – температура изотермического процесса.

Как указано в работе [3], при больших длинах $l$ и незначительном падении давления формула (93) может быть представлена в виде:

$$G=F\sqrt{\frac{\overset{\rho_1}{\cancel{g\chi_1}}(P_1^2-P_2^2)}{P_1\cdot\frac{\mu l}{\tau_r}}}=F\sqrt{\frac{\overset{\rho_2}{\cancel{g\chi_2}}(P_1^2-P_2^2)}{P_2\cdot\frac{\mu l}{\tau_r}}}=F\cancel{g}\sqrt{\frac{P_1^2-P_2^2}{RT\varepsilon\,\frac{\mu l}{\tau_r}}}, \quad (94)$$

Давление $P_1$ при известном давлении $P_2$ и расходе $G$ определяется по формуле, вытекающей из соотношения (94):

$$P_1=\sqrt{P_2^2+\frac{G^2 RT\varepsilon\frac{\mu l}{\tau_r}}{F^2 g^2}}=\sqrt{P_2^2+\frac{G^2 P_2\frac{\mu l}{\tau_r}}{F^2\cancel{g\chi^2}\rho_2}}, \quad (95)$$

27. Для жидкой среды, подставляя в формулу (90) значение $K\to\infty$, получаем:

$$G=F\sqrt{\frac{2\overset{\rho_1}{\cancel{g P_1\chi}}(1-\beta)}{\frac{\mu l}{\tau_r}}}=F\sqrt{\frac{2\overset{\rho_1}{\cancel{g\chi}}(P_1-P_2)}{\frac{\mu l}{\tau_r}}}, \quad (96)$$

откуда

$$P_1=P_2+\frac{G^2}{F^2}\cdot\frac{\frac{\mu l}{\tau_r}}{2\cancel{g\chi}\rho_1}. \quad (97)$$

## ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА


1. Лейбензон Л.С. и др. Гидравлика. Москва-Ленинград-Новосибирск, Горгеонефтеиздат, 1934.
2. Литвин А.М. Техническая термодинамика. М-Л,ГЭИ,1963.
3. Дж.Перри. Справочник инженера-химика.Том 1,1969.
4. Бауман Х.Д. К вопросу о необходимости уменьшения скорости потока на выходе редукционного клапана. Instruments and Control System, 1965, т.38, №9.
   Перевод с англ. П1770.Издание ЦКБА.
5. Вуд П.Е. Проблемы,связанные с выбором $D_y$ клапанов для газа при больших перепадах давления. Instrument Practice, 1967,т.21, №10. Перевод с англ. П 1821. Издание ЦКБА.